



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**COMISSÃO COORDENADORA DO VESTIBULAR**  
**PROCESSO SELETIVO UFES 2015**

**MATEMÁTICA**

**1ª QUESTÃO**

Uma associação de moradores arrecadou 2160 camisas, 1800 calças e 1200 pares de sapatos, que serão todos doados. As doações serão dispostas em pacotes. Dentro de cada pacote, um item poderá ter quantidade diferente da dos demais itens (por exemplo, a quantidade de camisas não precisará ser igual à de calças ou à de pares de sapatos); porém, a quantidade de camisas, em todos os pacotes, deverá ser a mesma, assim como a quantidade de calças e a de pares de sapatos.

- A) Determine o maior número possível de pacotes que podem ser preparados e qual a quantidade de camisas, de calças e de pares de sapatos que, nesse caso, haverá em cada pacote. Justifique.
- B) Pedro recebeu um pacote de doações com  $l$  camisas diferentes,  $m$  calças diferentes e  $n$  pares de sapatos diferentes. Calcule a quantidade de escolhas, que ele pode fazer, de um conjunto contendo apenas 1 camisa, 1 calça e 1 par de sapatos do pacote.

**2ª QUESTÃO**

Um supermercado vende dois tipos de sabão líquido para lavagem de roupas: o sabão **C**, mais concentrado, e o sabão **D**, mais diluído. Para cada lavagem de roupas com o sabão **C**, Sofia gasta 30 ml do produto; usando o sabão **D**, ela gasta 100 ml. O sabão **C** é vendido apenas em vasilhames de 600 ml, custando 12 reais cada vasilhame. O sabão **D** é vendido apenas em vasilhames de 3 litros, custando 24 reais cada vasilhame. Na compra de  $n$  vasilhames do sabão **D**, o supermercado dá um desconto de  $3n\%$  no preço de cada vasilhame desse sabão, quando  $1 < n \leq 10$ . Quando  $n > 10$ , esse desconto é de 30%. Sofia resolve comprar  $n$  vasilhames do sabão **D**. Calcule

- A) quantos centavos de reais Sofia gastaria com o sabão **C** em cada lavagem de roupas, se o comprasse;
- B) o valor mínimo de  $n$  para que Sofia gaste menos reais com o sabão **D** do que com o sabão **C**, em cada lavagem de roupas;
- C) o número máximo de vasilhames do sabão **D** que Sofia pode comprar com 128 reais.

**3ª QUESTÃO**

Seja  $ABC$  um triângulo retângulo de área  $24 \text{ cm}^2$ , com ângulo reto no vértice  $A$  e lado  $AB$  medindo 8 cm. Sejam  $D$  e  $E$  pontos de  $BC$ . Calcule as medidas de

- A)  $BC$ ;
- B)  $AH$ , sendo  $H$  o pé da altura de  $ABC$  relativa ao vértice  $A$ ;
- C)  $AD$ , se a área do triângulo  $ABD$  for  $12 \text{ cm}^2$ ;
- D)  $AE$ , se a medida de  $BE$  for 4 cm.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**COMISSÃO COORDENADORA DO VESTIBULAR**  
**PROCESSO SELETIVO UFES 2015**

**4ª QUESTÃO**

Numa obra de construção civil, para escoar material de um andar para outro foi construído um dispositivo formado por dois recipientes, **A** e **B**. O recipiente **A**, localizado no andar superior, é uma justaposição de um tronco de pirâmide regular  $T$ , de altura 10 dm, com um prisma reto  $P$ , de altura 12 dm. A base inferior (base menor) de  $T$  coincide com a base superior de  $P$ , que é um quadrado de lado 3 dm. A base maior de  $T$  é um quadrado de lado 9 dm. O recipiente **B**, localizado no andar inferior, é uma caixa (prisma reto) de altura  $h$  e base retangular de lados 6 dm e 8 dm. Todas as bases estão em planos horizontais. No dispositivo, há uma pequena porta, localizada na base inferior de  $P$ , que é aberta no momento de cada escoamento. Suponha que, num determinado momento, haja uma certa quantidade de líquido no recipiente **A** e que a superfície livre desse líquido seja um quadrado de lado  $a$  que está a uma altura  $x$  da base inferior de  $P$ . Ao abrir a pequena porta, o líquido é totalmente escoado para o recipiente **B**, sem transbordar, e lá a superfície livre do líquido fica a uma altura  $y$  da base inferior da caixa. Desprezando a espessura das paredes do dispositivo, determine

- A) o valor de  $a$  e o de  $y$  para  $x = 12$  dm;
- B) o valor de  $h$  de forma que, para  $x = 22$  dm, se tenha  $y = h$ ;
- C) uma expressão para  $a$  e uma para  $y$ , em função de  $x$ , sendo  $x$  entre 0 e 22 dm.

**5ª QUESTÃO**

Considere o polinômio  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 8x - 2$ .

- A) Verifique se  $f(x)$  possui raízes inteiras. Justifique.
- B) Verifique se  $f(x)$  possui raízes racionais não inteiras. Justifique.
- C) Determine todas as raízes de  $f(x)$ .

**Informações:**

- 1) Se um polinômio de grau  $n$  com coeficientes inteiros  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  possui uma raiz da forma  $\frac{r}{s}$ , com  $r$  e  $s$  inteiros primos entre si, então  $r$  é um divisor de  $a_0$  e  $s$  é um divisor de  $a_n$ .
- 2) Dois inteiros  $r$  e  $s$  são *primos entre si* quando  $\text{mdc}(|r|, |s|) = 1$ .
- 3) Dados os inteiros  $a$  e  $b$ ,  $a$  é *divisor de*  $b$  quando existe um inteiro  $c$  tal que  $b = a \cdot c$ .